

ZWISCHENBERICHT

zum Forschungsvorhaben

Schiefe Biegung mit Achsdruck (Brandverhalten)

von

Dr.-Ing. Michael Kiel

Prof. Dr.-Ing. Dietmar Hosser

B I B L I O T H E K
Institut für Baustoffe, Mechanik und Brandschutz
der Technischen Universität Braunschweig
Beethovenstraße 62
D-3600 Braunschweig

Braunschweig im September 1988

Gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft unter Aktenzeichen Ko 204/40-1

Antragsteller: Prof. em. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Karl Kordina

gemeinsam mit Prof. Dr.-Ing. Dietmar Hosser

INHALTSVERZEICHNIS

INHALTSVERZEICHNIS	2
VORBEMERKUNG	3
1. EINLEITUNG	4
1.1 Ziel	4
1.2 Überblick	5
2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN	6
2.1 Stabilitätstheorie	6
2.2 Finite-Element-Methode	9
3. RECHENMODELL	12
3.1 Elementeigenschaften	12
3.2 Werkstoffmodell	17
3.3 Hauptprogramm	19
3.4 Verifizierung	21
4. RECHENERGEBNISSE	24
4.1 Konfiguration	24
4.2 Ergebnisse	27
4.3 Wertung	30
5. ZUSAMMENFASSUNG	32
6. EMPFEHLUNG WEITERER ARBEITEN	33
LITERATUR	35

VORBEMERKUNG

Das Forschungsvorhaben "Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahl-, Stahlverbund- und Stahlbeton-Stützen unter Brandbeanspruchung bei schiefer Biegung mit Achsdruck" - Kurztitel: "Schiefe Biegung mit Achsdruck (Brandverhalten)" - wurde im Oktober 1986 von Prof. Kordina gemeinsam mit Dr. Haß beantragt. Der Antrag umfaßte theoretische und experimentelle Arbeiten zur Klärung offener Fragen im Zusammenhang mit Biegedrillknicken und Seitwärtsknicken. Hierbei sollten zunächst die Anwendbarkeit vorhandener Rechenprogramme für stabförmige Bauteile bei Brand sowie die maßgebenden Randbedingungen und Einflußgrößen geklärt werden. Anschließend sollten die theoretischen Grundlagen der Rechenmodelle durch insgesamt 21 Versuche mit repräsentativen Stützen der genannten drei Bauarten verifiziert werden. Die Laufzeit des Vorhabens war mit zwei Jahren vorgesehen.

Die Bewilligung der DFG vom 09.02.1987 beschränkte sich vorerst auf theoretische Untersuchungen über einen Zeitraum von 1 Jahr mit dem Ziel, die Doppelbiegung mit Achsdruck unter Brandbelastung rechnerisch zu simulieren und aufgrund dessen einen begründeten Versuchsplan auszuarbeiten. Bald nach Anlaufen der Arbeiten übernahm Prof. Hosser, anstelle des aus dem Institut ausgeschiedenen Dr. Haß, die Betreuung des Vorhabens (vgl. Schreiben Prof. Kordina an die DFG vom 30.09.1987).

Die theoretischen Voruntersuchungen ergaben, daß das von Rudolph entwickelte Rechenverfahren für schiefe Biegung mit Achsdruck unter Temperaturbeanspruchung durch Vernachlässigung der Verdrehung der Querschnitte um die Stabachse und der Veränderung der Querschnittsform zu ungenauen Lösungen führen kann, insbesondere bei Bauteilen mit geringerer Torsionssteifigkeit wie Stahlstützen. Deshalb mußten die bewilligten Personalmittel zum großen Teil dazu verwendet werden, ein Rechenmodell zu entwickeln, das mit Hilfe eines geometrisch und physikalisch nichtlinearen Platten-Schalen-Elementes diesem Problem angemessen Rechnung trägt. Der vorliegende Zwischenbericht beschreibt das entwickelte Rechenmodell und dessen bisherige Verifizierung und schlägt ein zweckmäßiges Vorgehen bei den weiterführenden Untersuchungen vor.

1. EINLEITUNG

1.1 Ziel

Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten schlanker Stahlbeton-, Stahlverbund- und Stahlstützen auch bei Brandbeanspruchung beschäftigen die Forscher seit geraumer Zeit. Naheliegenderweise befaßte man sich zunächst mit dem einfachsten Fall, der geraden Biegung unter Achsdruck. Diese Arbeiten können inzwischen als abgeschlossen angesehen werden, denn mit STABA-F [QHR84] liegt ein Programm vor, das brandbeanspruchte Stützen aus den gebäuchlichen Konstruktionsbaustoffen mit hinreichender Genauigkeit zu analysieren vermag.

Brandbeanspruchte Stahlstützen unter schiefer Biegung und Achsdruck hat Hoffend in [Hof86] erstmals untersucht. Rudolph befaßte sich in seiner Dissertation [Rdp88] mit Stahlbetonstützen unter schiefer Biegung und Achsdruck, genau wie Hoffend sowohl experimentell als auch theoretisch. Rudolph hat hierbei den höherwertigen theoretischen Ansatz verwendet, denn er läßt einen von der Hauptbeanspruchungsrichtung unabhängigen Verformungsvektor zu, während bei Hoffend Beanspruchungs- und Verformungsvektor in einer Ebene liegen. Rudolph geht jedoch immer noch von einer drillfreien Knickfigur und formtreuen Querschnitten aus.

Die theoretische Analyse des Biegedrillknickens und Kippens, auch bei beanspruchungsabhängig veränderlicher Querschnittsform, ist nun das Ziel der hier vorliegenden Forschungsarbeit. Hierzu wird ein Finites Platten-Schalen-Element mit variabler Knotenzahl verwendet. Der Ansatz des vollständigen Green-Lagrangeschen Verzerrungstensors bildet die Grundlage für die Stabilitätsuntersuchung nach der Theorie der großen Verformungen. Die experimentelle Absicherung des Rechenmodells mußte - aus finanziellen Gründen - zunächst zurückgestellt werden; sie ist Gegenstand eines Forschungsantrages zu diesem Vorhaben.

Die hier vorgestellte Untersuchung wird vor einem in der Praxis häufig anzutreffenden Brandszenario als Hintergrund durchgeführt. Wird nämlich ein Deckenfeld, das an einer Stelle gehalten ist,

erwärmt, so dehnt es sich radial um den Haltepunkt aus. Die Stützenköpfe werden dadurch verschoben. Die Verschiebungsrichtung hängt allein von der Lage zum Haltepunkt ab und kann daher jeden beliebigen Winkel zu den Hauptachsen der Stütze einnehmen. Der Betrag der Verschiebung wird im wesentlichen von der Entfernung zwischen Stütze und Haltepunkt und von der Dauer der Brandbeanspruchung bestimmt.

Die schiefe Momentenbeanspruchung wird unter konstanter Normalkraft als Zwangbeanspruchung in die Stütze eingeleitet. Da solche Lastfälle versuchstechnisch bisher nicht realisiert werden konnten und geeignete theoretische Ansätze fehlen, ist auch eine brandschutztechnische Beurteilung nach DIN 4102 bisher nicht möglich.

1.2 Überblick

Der folgende Abschnitt 2 beschäftigt sich noch einmal kurz mit den theoretischen Grundlagen der Stabilitätstheorie und der Finite-Element-Methode. Dies dient im wesentlichen der Abrundung des Berichtes.

In Abschnitt 3 wird das entwickelte Rechenmodell ausführlich dargestellt. Dabei werden die Elementeigenschaften in ihrer Interaktion mit dem Werkstoffmodell untersucht, und es wird kurz auf das übergeordnete Hauptprogramm eingegangen. Abschließend werden Fragen der Verifizierung des Rechenmodells diskutiert.

Beispielhaft werden in Abschnitt 4 Berechnungen mit dem entwickelten Modell für eine bestimmte Konfiguration des oben angeführten Brandszenarios durchgeführt und die erzielten Ergebnisse im Hinblick auf die bisherige Praxis gewertet.

Eine Zusammenfassung mit vorläufigen Schlußfolgerungen und Empfehlung notwendiger weiterführender Arbeiten schließt den Bericht ab.

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

2.1 Stabilitätstheorie

Bei energetischer Betrachtungsweise gilt ein Gleichgewichtszustand dann als stabil oder beständig, wenn er nur durch eine von außen aufzubringende Störungsarbeit (mit positivem Vorzeichen) verändert werden kann. Umgekehrt wird bei Labilität vom System Arbeit (mit negativem Vorzeichen) geleistet. Erfolgt eine Störung ohne Arbeitsumsatz, so spricht man vom indifferenten Gleichgewicht. Die Begriffe "labil" und "indifferent" können auch zu instabil zusammengefaßt werden [BSK66].

Stabilität ist, folgt man dieser Anschauung, ein universeller Begriff und umfaßt nicht nur Probleme wie Eulerknicken oder Kippen, sondern auch Spannungsprobleme. Reale Bauwerke können also ebenso durch Erreichen der Querschnittstragfähigkeit instabil werden, wie durch Knicken oder Kippen schlanker Strukturelemente. Damit kann dieser Stabilitätsbegriff als Klammer für alle im folgenden gemachten Ausführungen angesehen werden.

Die Zusammenfassung von Knick- und Kippproblem oder Kipp- und Spannungsproblem in einem Arbeitsausdruck steht also nicht im Widerspruch zum Stabilitätsbegriff. Oft ist es jedoch so, daß dann die Möglichkeit einer definitiven Aussage über die Versagensart (Knicken oder Kippen, Kippen oder Spannungsversagen) verwehrt wird, denn man erhält lediglich die (gesuchte) Aussage über die Art des Gleichgewichtszustandes.

Der im Abschnitt 3 dargestellte Ansatz basiert auf der Finite-Element-Methode und versucht folgende klassischen Probleme zusammenzufassen:

- Knicken (räumlich),
- Kippen,
- Biegedrillknicken,
- Biegetorsionsknicken,

- Platten-Schalenbeulen und
- Spannungsversagen.

Die vorgestellte Methode erlaubt jedoch lediglich eine Aussage über Stabilität oder Instabilität der Struktur für die gegebenen Randbedingungen. Aussagen über die das Versagen verursachende Problemgruppe sind nur in seltenen Fällen möglich.

Grundlage für die Herleitung waren einige Vorüberlegungen über das Biegedrillknicken und Kippen elastischer Strukturen, die im folgenden kurz geschildert werden sollen. Der erste Gedanke galt der Frage, wann das Biegedrillknicken überhaupt auftritt. Die Elastizitätstheorie stellt hierfür die erforderlichen Formeln bereit. Für Biegedrillknicken gilt [Szb77]:

$$P_t = \frac{\pi^2 * E * C_w}{l^2 * i_p^2} + \frac{G * I_t}{i_p^2} \quad (G21.1)$$

während für Eulerknicken die folgenden Formeln gültig sind:

$$P_y = \frac{\pi^2 * E * I_z}{l^2} \quad (G21.2)$$

$$P_z = \frac{\pi^2 * E * I_y}{l^2} \quad (G21.3)$$

In beiden Fällen ist der beidseitig gelenkig/in einer Gabel gelagerte Druckstab zu Grunde gelegt. Hier läßt sich schon das erste Problem erkennen. Mit l wird die Knicklänge bezeichnet. Sie kann, abhängig von den Lagerungsbedingungen, zwischen der 0,5-fachen und etwa der 2-fachen Systemhöhe s liegen. Da nun die Lagerungsbedingungen für jede untersuchte Richtung unterschiedlich sein können, ergeben sich eine Vielzahl von Kombinationen. Extremwerte hinsichtlich der Drillknickung erreicht hierbei der beidseitig eingespannte Stab (Eulerfall IV), denn hierfür gilt die Knicklänge $l = 0,5*s$ für Eulerknicken und $l = 1*s$ für Biegedrillknicken. Gerade diese Konstruktion kommt in der Praxis sehr häufig vor.

Weiterhin hat die Querschnittsform einen erheblichen Einfluß auf die Versagensart. So kann beispielsweise für elastische Rechteckquerschnitte das Auftreten von Biegedrillknicken ausgeschlossen werden. Für diese Querschnittsform ergibt der zweite Summand von P_t :

$$\frac{G * I_t}{i_p^2} = 4 * G * \frac{h * b^3}{(b^2 + h^2)} \quad \text{für } h \gg b \quad (G21.4)$$

wobei gleichzeitig der erste Summand verschwindet ($C_w = 0$). Für P_y gilt:

$$P_y = \frac{\pi^2 * E * b^3 * h}{12 * l^2} \quad (G21.5)$$

Verlangt man nun, daß P_y größer ist als P_t , so kann die Grenzlänge, bis zu der Biegedrillknicken auftritt, ermittelt werden. Es ergibt sich mit $G = E/2$:

$$l^2 \leq (b^2 + h^2) * \pi^2 / 24 \quad (G21.6)$$

Anschaulich handelt es sich hierbei um eine Stütze, deren Länge etwa 2/3 ihrer Querschnittshöhe beträgt, also ein baupraktisch irrelevanter Fall.

Für aufgelöste Querschnittsformen wie I-Querschnitte liegen die Verhältnisse anders. Hier ist eine geringe Torsionssteifigkeit mit einer großen Biegesteifigkeit gekoppelt, so daß Biegedrillknicken möglich ist. In Abschnitt 3.4 sowie 4.1 wird auf derartige Fälle noch eingegangen.

Kippen tritt, im Gegensatz zum Biegedrillknicken, bei schlanken Rechteckquerschnitten besonders leicht auf. Auch hier können für einfache Fälle Lösungen in der Literatur nachgeschlagen werden [Szb77]. Für den Kragbalken der Länge l mit $h \gg b$ und Einzellast am Balkenende gilt beispielsweise:

$$P_k = \frac{4,023}{l^2} \sqrt{\frac{G * I_t * E * I_z}{1 - \nu^2}} \quad (G21.7)$$

Da das vom Verfasser erstellte Finite-Element-Programm FIPSE (Vergl. [Ki87]) auf einem Platten-Scheiben Element aufbaut, das definitionsgemäß Verformungen sowohl in der Plattenebene, als auch senkrecht zu ihr berücksichtigt, lag es nahe, mit diesem Programm das oben dargestellte Kippproblem nachzurechnen. Bereits mit einer einfachen Diskretisierung von 4 hintereinander liegenden Rechteckelementen gelang es, die Kipplast P_k gut nachzuvollziehen.

Probleme wie Kippen und Biegedrillknicken zeigten damit ihre Zugänglichkeit durch die Finite-Element Methode. Den darauf aufbauenden Überlegungen zur Wahl eines Elementtyps ist der folgende Abschnitt gewidmet.

2.2 Finite-Element-Methode

Wie die Stabilitätstheorie kann auch die Finite-Element-Methode auf energetischen Betrachtungen aufgebaut werden. Für das Biegedrillknickproblem kann das Gesamtpotential wie folgt formuliert werden [BSK66]:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_1^l (EFw_s'^2 + EC_s\varphi'^2 + 2ER_xv_s''\varphi + 2ER_yu_s''\varphi + (GI_z)_{red}\varphi'^2 + \\ & + EI_yu_s''^2 + EI_xv_s''^2 - Pu_s'^2 - Pv_s'^2 - 2Pa_yv_s'' - 2Pa_xu_s'' - 2Pa_yu_s''\varphi \\ & + 2Pa_xv_s''\varphi) dz \end{aligned} \quad (G22.1)$$

Gleichgewicht stellt sich ein, wenn die erste Variation des Gesamtpotentials verschwindet, also für $\delta\Pi = 0$.

Diese Formulierung kann umgesetzt werden zu einem finiten Stabelement mit den Verschiebungen und Verdrehungen in den Koordinatenrichtungen als Knotenvariablen. Nachteilig hierbei ist jedoch, daß die Steifigkeitsterme C_s usw. nicht allgemein und unabhängig

von der Querschnittsgeometrie beschrieben werden können. Gesucht ist daher eine einfachere Formulierung, die die explizite Berechnung von C_S ... vermeidet.

Hier bietet sich die Klasse der Schalenelemente an. Das Gesamtpotential kann in der einfachen Form

$$\Pi = - \frac{1}{2} \int_V \underline{\epsilon}^T \underline{E} \underline{\epsilon} dV - \Pi_A \quad (G22.2)$$

verwendet werden. Die Elementeigenschaften müssen dann jedoch an den erforderlichen Verschiebungsraum angepaßt werden. Außerdem muß unbedingt ein Schalenelement verwendet werden. Nun lag es nahe, aus dem in FIPSE [Ki87] implementierten Platten-Scheiben-Element ein ebenes Platten-Schalen-Element zu entwickeln. Auf die hierbei auftretenden Schwierigkeiten bei komplanaren Elementen bezüglich der Drehsteifigkeit in z-Richtung weist jedoch bereits Zienkiewicz in [Zi75] hin.

Ein von Bathe in [Ba86] vorgeschlagenes Element vermeidet dies, wobei weitere begrüßenswerte Elementeigenschaften festzustellen sind. Durch die isoparametrische Formulierung mit einer variablen Knotenanzahl zwischen 4 und 9 kann das Element jeder Geometrie perfekt angepaßt werden. Auch auf eine sich kontinuierlich verändernde Schalendicke kann Rücksicht genommen werden. Der dreidimensionale Spannungstensor wird verwendet, wobei jedoch Spannungen in Richtung der Schalennormale vernachlässigt werden ("ebener Spannungszustand"). Daher ist es möglich, auch die sogenannten dicken Schalen zu berechnen.

Die Modellierung eines beliebig geformten Stahlprofils, einschließlich der auftretenden Imperfektionen, sowie die Analyse selten untersuchter Stabilitätsfälle im Brand konnte damit auf ein in der Literatur beschriebenes Verfahren zurückgeführt werden. Zusätzlich können neben den materialbedingten auch die geometrischen Nichtlinearitäten berücksichtigt werden. Die hierfür anzuwendenden Methoden entsprechen dem Stand der Technik.

Ein auf der Basis von Gleichung G22.1 hergeleitetes Element würde demgegenüber vermutlich eine wesentlich geringere Rechenzeit beanspruchen, allerdings bei höherem Entwicklungsaufwand und geringerer Flexibilität.

Der folgende Abschnitt 3 behandelt die Herleitung des Schalenelementes, das Zusammenspiel mit den vorhandenen Arbeitslinien für temperaturbeanspruchte Konstruktionswerkstoffe, die Einbindung in das Finite-Element-Programm FALCON sowie die Ansätze zur Verifizierung der Implementation.

3. RECHENMODELL

3.1 Elementeigenschaften

Der Verschiebungszustand des Schalenelementes und seine mathematische Formulierung bestimmt die Elementeigenschaften. Die Verschiebungskomponenten in den Koordinatenrichtungen des Punktes (r,s,t) im Element sind in Abhängigkeit von den Knotenverschiebungen folgendermaßen definiert:

$$u(r,s,t) = \sum_{k=1}^q h_k^* u_k + \frac{t}{2} \sum_{k=1}^q a_k^* h_k^* (-V_{2x}^{k*} \alpha_k + V_{1x}^{k*} \beta_k) \quad (G31.1a)$$

$$v(r,s,t) = \sum_{k=1}^q h_k^* v_k + \frac{t}{2} \sum_{k=1}^q a_k^* h_k^* (-V_{2y}^{k*} \alpha_k + V_{1y}^{k*} \beta_k) \quad (G31.1b)$$

$$w(r,s,t) = \sum_{k=1}^q h_k^* w_k + \frac{t}{2} \sum_{k=1}^q a_k^* h_k^* (-V_{2z}^{k*} \alpha_k + V_{1z}^{k*} \beta_k) \quad (G31.1c)$$

Dabei ist q die Anzahl der Knoten, h_k sind die Interpolationsfunktionen gemäß Tabelle T31.1 und a_k ist die Schalendicke im Knoten k . V sind Komponenten von Vektoren, die aus dem Schalenelement-Normalenvektor berechnet werden können. Jeder Knoten verfügt über einen eigenen Normalenvektor V_n , der diesen Namen trägt, weil er senkrecht auf der Schalenmittelfläche steht. Der Kopfzeiger k kann im folgenden entfallen, da nur in Bezug auf den Knoten k formuliert wird. Dies hat, zusammen mit der knotenweise definierten Elementdicke, den Vorteil, daß aneinander grenzende Elemente über die gleichen geometrischen Größen definiert werden und somit eine stetige Struktur erzeugt wird.

Die Komponenten des Normalenvektors V_n können durch Drehgrößen am Knoten k ausgedrückt werden. Hierfür wird folgende Definition gewählt:

$$V_1 = \frac{(e_y \times V_n)}{|e_y \times V_n|} \quad (G31.2a)$$

$$V_2 = V_n \times V_1 \quad (G31.2b)$$

Der Vektor e_y ist hierbei der Einheitsvektor der y-Achse. Die Verdrehung des Normalenvektors kann nun mit den Gleichungen G31.2 durch 2 Skalare beschrieben werden.

$$V_n = -V_2 * \alpha + V_1 * \beta \quad (G31.3)$$

Diese Formulierung ist nicht die einzig mögliche, da für die Zerlegung eines Vektors in Komponenten eine unendliche Lösungsmenge existiert. Sie ist aber effizient, wenn man beachtet, daß für den Fall der Parallelität von e_y und V_n eine Konstruktion über e_x gewählt werden muß. Dies empfiehlt sich aus numerischen Gründen, weil so bei der Bildung des Kreuzproduktes kleine Differenzen großer Zahlen vermieden werden.

Damit kann zusammenfassend der Verschiebungszustand des Elements gemäß Gleichung G31.1 definiert werden als Funktion der

- Knotenverschiebungen in den Koordinatenrichtungen,
- Knotenverdrehungen in Richtung zweier senkrecht aufeinander stehender Vektoren, die zudem in der Schalenmittelfäche liegen und der
- Interpolationsfunktionen, die in der folgenden Tabelle zusammengestellt sind.

k	h	hinzufügen wenn Knoten				
		5	6	7	8	9
		definiert ist				
1	$(1+r)(1+s)/4$	$-h_5/2$			$-h_8/2$	$-h_9/4$
2	$(1-r)(1+s)/4$	$-h_5/2$	$-h_6/2$			$-h_9/4$
3	$(1-r)(1-s)/4$		$-h_6/2$	$-h_7/2$		$-h_9/4$
4	$(1+r)(1-s)/4$			$-h_7/2$	$-h_8/2$	$-h_9/4$
5	$(1-r^2)(1+s)/2$					$-h_9/2$
6	$(1-s^2)(1-r)/2$					$-h_9/2$
7	$(1-r^2)(1-s)/2$					$-h_9/2$
8	$(1-s^2)(1+r)/2$					$-h_9/2$
9	$(1-r^2)(1-s^2)$					

Tabelle T31.1: Interpolationsfunktionen des Schalenelementes

Die Interpolationsfunktionen sind im r,s -Koordinatensystem definiert und erfordern eine bestimmte Numerierung der Knoten. Dies ist auf dem folgenden Bild B31.1 dargestellt. Der Vektor V_n steht daher immer senkrecht auf der r,s -Fläche, zeigt also in t -Richtung.

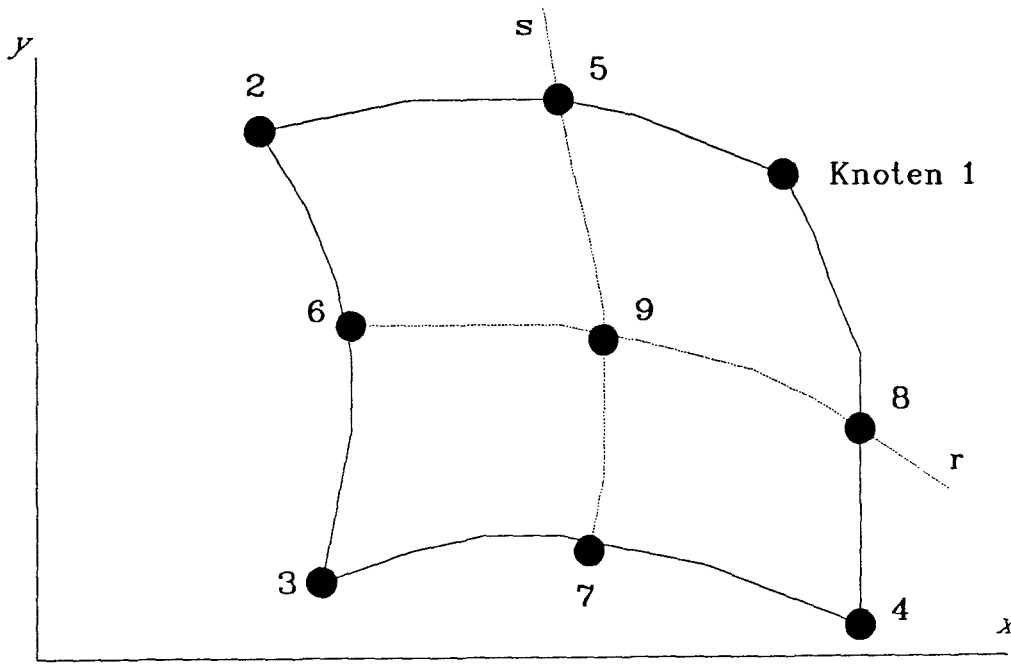


Bild B31.1: Elementgeometrie im r,s -Koordinatensystem

Der Zusammenhang zwischen r,s,t und x,y,z -Koordinaten wird durch die Gleichungen G31.4 definiert.

$$x(r,s,t) = \sum_{k=1}^q h_k x_k + \frac{t}{2} \sum_{k=1}^q a_k h_k v_{nx}^k \quad (\text{G31.4a})$$

$$y(r,s,t) = \sum_{k=1}^q h_k y_k + \frac{t}{2} \sum_{k=1}^q a_k h_k v_{ny}^k \quad (\text{G31.4b})$$

$$z(r,s,t) = \sum_{k=1}^q h_k z_k + \frac{t}{2} \sum_{k=1}^q a_k h_k v_{nz}^k \quad (\text{G31.4c})$$

Sie werden benötigt, um die Jacobi-Matrix \underline{J} aufzustellen. Die Jacobi-Matrix hat im 3-Dimensionalen folgende Gestalt:

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} x,r & y,r & z,r \\ x,s & y,s & z,s \\ x,t & y,t & z,t \end{bmatrix} \quad (G31.5)$$

Die Bildung der erforderlichen Ableitungen von G31.4 kann sowohl von Hand, als auch programmgesteuert z.B mit Hilfe von REDUCE erfolgen (vergl. [RUM85]). Weiterhin muß der Verzerrungsvektor $\underline{\epsilon}$ definiert werden.

$$\underline{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u,x & + (u,x^2 + v,x^2 + w,x^2)/2 \\ v,y & + (u,y^2 + v,y^2 + w,y^2)/2 \\ w,z & + (u,z^2 + v,z^2 + w,z^2)/2 \\ u,y + v,x + (u,x^*u,y + v,x^*v,y + w,x^*w,y) \\ v,y + w,x + (u,y^*u,z + v,y^*v,z + w,y^*w,z) \\ w,y + u,x + (u,z^*u,x + v,z^*v,x + w,z^*w,x) \end{Bmatrix} \quad (G31.6)$$

Es handelt sich hier um den vollständigen Green-Lagrangeschen Verzerrungstensor in inkrementeller Schreibweise. Wie man sieht, hängt dieser Vektor von den Ableitungen der Verschiebungen nach den Koordinaten ab. Es bietet sich daher an, diese Terme in einer geeigneten Matrix zusammenzufassen. Im folgenden wird diese Matrix \underline{D} genannt und mit einem Suffix xyz oder rst versehen, entsprechend dem Koordinatensystem, in dem sie gebildet wird:

$$\underline{D}_{rst} = \begin{bmatrix} u,r & v,r & w,r \\ u,s & v,s & w,s \\ u,t & v,t & w,t \end{bmatrix} \quad (G31.7a)$$

$$\underline{D}_{xyz} = \underline{J}^{-1} * \underline{D}_{rst} \quad (G31.7b)$$

\underline{D} hängt noch von den Knotenparametern ab, da diese ja zur Bildung der Interpolationsfunktionen benutzt werden. Die Ableitung von \underline{D} nach den Knotenparametern wird für die Bildung der Verzerrungs-Verschiebungs-Matrix \underline{B} benötigt. Hierzu wird die Hilfsmatrix \underline{DD} benutzt.

$$\underline{DD} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{Knotenparameter} \\ 1 \quad j \quad n \end{matrix} \\ \begin{matrix} D^{11} \\ D^{12,1} \dots D^{12,j} \dots D^{12,n} \\ D^{13,1} \dots D^{13,j} \dots D^{13,n} \\ D^{21,1} \dots D^{21,j} \dots D^{21,n} \\ D^{22,1} \dots D^{22,j} \dots D^{22,n} \\ D^{23,1} \dots D^{23,j} \dots D^{23,n} \\ D^{31,1} \dots D^{31,j} \dots D^{31,n} \\ D^{32,1} \dots D^{32,j} \dots D^{32,n} \\ D^{33,1} \dots D^{33,j} \dots D^{33,n} \end{matrix} & \end{matrix} \quad (G31.8)$$

Der lineare Anteil der Verzerrungs-Verschiebungsmatrix \underline{B}_L wird gebildet, indem \underline{DD} mit einer Matrix \underline{T}_L (G31.9) multipliziert wird. Der nichtlineare (verformungsabhängige) Anteil der Verzerrungs-Verschiebungsmatrix \underline{B}_{NL} wird durch Multiplikation von \underline{DD} mit \underline{T}_{NL} (G31.10) ermittelt.

$$\underline{T}_L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (G31.9)$$

$$\underline{T}_{NL} = \begin{bmatrix} D^{11} & 0 & 0 & D^{12} & 0 & 0 & D^{13} & 0 & 0 \\ 0 & D^{21} & 0 & 0 & D^{22} & 0 & 0 & D^{23} & 0 \\ 0 & 0 & D^{31} & 0 & 0 & D^{32} & 0 & 0 & D^{33} \\ D^{21} & D^{11} & 0 & D^{22} & D^{12} & 0 & D^{23} & D^{13} & 0 \\ 0 & D^{31} & D^{21} & 0 & D^{32} & D^{22} & 0 & D^{33} & D^{23} \\ D^{31} & 0 & D^{11} & D^{32} & 0 & D^{12} & D^{33} & 0 & D^{13} \end{bmatrix} \quad (G31.10)$$

$$\underline{B}_L = \underline{T}_L * \underline{DD} \quad (G31.11a)$$

$$\underline{B}_{NL} = \underline{T}_{NL} * \underline{DD} \quad (G31.11b)$$

$$\underline{B} = \underline{B}_L + 2*\underline{B}_{NL} \quad (G31.11c)$$

Jetzt fehlt noch der spannungsabhängige Teil \underline{KS} , also der Anteil nach Theorie 2. Ordnung. Hierfür gelten folgende Beziehungen:

$$\underline{BS} = \underline{\sigma}^T * \underline{B}_{NL} \text{ mit}$$

$$\underline{\sigma}^T = [\sigma_{xx} , \sigma_{yy} , \sigma_{zz} , \sigma_{xy} , \sigma_{yz} , \sigma_{zx}]$$

$$\underline{KS} = \underline{BS}_{,j} = \underline{\sigma} * \underline{B}_{NL,j} \quad (G31.12)$$

wobei $_{,j}$ die Ableitung nach dem Knotenparameter j bezeichnet.

Mit Gleichung G31.11b gilt

$$\underline{B}_{NL,j} = \underline{I}_{NL,j} * \underline{DD}$$

und damit

$$\underline{KS} = \underline{\sigma}^T * \underline{I}_{NL,j} * \underline{DD} \quad (G31.13)$$

Unter der Voraussetzung, daß eine Werkstoffmatrix \underline{E} existiert, deren Formulierung im Abschnitt 3.2 gezeigt wird, kann jetzt unter Ausnutzung von G22.2 die Bestimmungsgleichung für die Elementsteifigkeitsmatrix \underline{K} angeschrieben werden ebenso wie die Bestimmungsgleichung für die inneren Kräfte \underline{f}_i (vergl. [Ki87]).

$$\underline{K} = \int \underline{B}^T * \underline{E} * \underline{B} + \underline{KS} \, dV \quad (G31.14)$$

$$\underline{f}_i = \int \underline{B}^T * \underline{\sigma} \, dV \quad (G31.15)$$

3.2 Werkstoffmodell

Das verwendete Werkstoffmodell basiert auf den von Richter in [Ri87] beschriebenen Arbeitslinien für einaxial beanspruchte Konstruktionswerkstoffe. Das von Richter hierzu erstellte Unterprogramm "SPADE" wurde unverändert übernommen. Daher kann auf eine detaillierte Beschreibung der Herleitung und der getroffenen Vereinfachungen an dieser Stelle verzichtet werden. Die Verwendung einaxialer Rechengesetze in einem Schalenmodell ist jedoch eine grobe Vereinfachung, die hier kurz begründet werden soll.

Das im Abschnitt 3.1 vorgestellte Schalenelement berücksichtigt alle 6 Verzerrungen, denen ein räumlicher Körper unterworfen werden kann. Durch geeignete Transformation des Koordinatensystems ist es jederzeit möglich, 3 dieser Verzerrungen zum Verschwinden zu bringen. Üblicherweise sind dies die gemischten Verzerrungen.

Die verbleibenden 3 Verzerrungen werden dann als Hauptdehnungen bezeichnet. Werkstoffmodelle für Beton oder Baustahl unter gleichzeitiger Einwirkung von Hochtemperatur und triaxialer mechanischer Beanspruchung sind bisher nicht bekannt. Dies liegt in erster Linie an der komplizierten Versuchstechnik und an dem hohen zeitlichen Aufwand, für die notwendigen Experimente.

Vorhanden ist jedoch ein Modell für den biaxial beanspruchten Beton [Ki87], das auf den Kupferschen Versuchen unter Normaltemperatur aufbaut und partiell durch die Ehmschen Versuche unter Hochtemperatur verifiziert ist. Eine Erweiterung dieses Modells auf triaxial beanspruchten Beton erscheint denkbar, wäre jedoch - ebenso wie ein Werkstoffmodell für triaxial beanspruchten Baustahl - ohne experimentelle Untermauerung im Augenblick reine Spekulation.

Daher wurde im ersten Schritt auf die Entwicklung triaxialer Modelle verzichtet und mit den verifizierten einaxialen Rechengesetzen gearbeitet, die den oben kurz umrissenen Transformationen unterworfen werden. Vorteilhaft ist bei dieser Vorgehensweise - aus programmtechnischer Sicht - die Gleichbehandlung aller bisher erforschten Werkstoffe. Die Notwendigkeit einer weiteren Erforschung der triaxialen Werkstoffgesetze für den Brandfall steht jedoch außer Frage.

Grundlage für die gewählte Formulierung ist eine Verzerrungsmatrix $\underline{\underline{\epsilon}}$, die aus der Umgruppierung des Verzerrungsvektors $\underline{\epsilon}$ entsteht.

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{zx} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (G32.1)$$

$\underline{\underline{\epsilon}}$ kann nun in das Hauptsystem transformiert werden. Dieser Vorgang ist gleichbedeutend mit einer Berechnung sämtlicher Eigenwerte und Eigenvektoren von $\underline{\underline{\epsilon}}$. Daher bietet sich die Verwendung von vorhandenen Bibliotheksroutinen an, im vorliegenden Fall die Unterprogramme TRED2 und TQL2 aus EISPACK [Eis76]. Die Eigenwerte entsprechen den Hauptdehnungen, während die Eigenvektoren die Transformationsmatrix $\underline{\underline{T}}$ bilden, die später noch einmal benötigt wird.

Unter Verwendung des Unterprogramms SPADE können jetzt die Spannung σ_{ii} zu den Hauptdehnungen sowie die Steifigkeit C_{ii} berechnet werden. Daraus folgen gemäß Gleichung G32.2 die dem Ausgangskoordinatensystem zugeordneten Größen.

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \underline{I}^T * \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} * \underline{I} \quad (G32.2a)$$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{zx} \\ C_{xy} & C_{yy} & C_{yz} \\ C_{zx} & C_{yz} & C_{zz} \end{bmatrix} = \underline{I}^T * \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix} * \underline{I} \quad (G32.2b)$$

Die Matrizen $\underline{\sigma}$ und \underline{C} müssen jetzt noch in einer dem Vektor $\underline{\epsilon}$ zugeordneten Form gespeichert werden.

$$\underline{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy}/2 \\ \sigma_{yz}/2 \\ \sigma_{zx}/2 \end{Bmatrix} \quad (G32.3a)$$

$$\underline{E} = \begin{bmatrix} C_{xx} & & & & & \\ & C_{yy} & & & & \\ & & C_{zz} & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & (C_{xx}+C_{yy})/4 & \\ & 0 & & & (C_{yy}+C_{xx})/4 & \\ & & & & & (C_{zz}+C_{xx})/4 \end{bmatrix} \quad (G32.3b)$$

Die Querdehnzahl wird bei dieser Lösung vernachlässigt. Dies schadet jedoch nicht, solange die Grundbeziehung $\underline{\sigma} = \underline{E} * \underline{\epsilon}$ eingehalten wird.

3.3 Hauptprogramm

Das im Abschnitt 3.1 beschriebene Schalenelement wurde in das FE-Rahmenprogramm FALCON integriert. Neben der Ein- und Ausgabe verfügt FALCON über eine Reihe von Funktionen, die hier angesprochen werden sollen, denn sie sind notwendig, um die beschriebenen Elementeigenschaften praktisch nutzbar zu machen.

Hierzu zählt in erster Linie die Auflösung der iterativ nach dem Tangentenverfahren formulierten Gleichgewichtsbedingung:

$$\underline{K} * \underline{\Delta w} = \underline{\Delta f} \quad (\text{G33.1a})$$

mit

$$\underline{w}^\nu = \underline{w}^{\nu-1} + \underline{\Delta w}, \underline{w}^0 = \underline{0} \quad (\text{G33.1b})$$

und

$$\underline{\Delta f} = \underline{f}_i - \underline{f}_a \quad (\text{G33.1c})$$

Hierfür werden die Abbruchbedingungen G33.2 benutzt.

$$\frac{|| \underline{\Delta w} ||_2}{|| \underline{w}^\nu ||_2} < \omega \quad (\text{G33.2a})$$

o

$$\frac{|| \underline{\Delta f} ||_2}{|| \underline{f}^\nu ||_2} < \omega \quad (\text{G33.2b})$$

$$\text{mit } 10^{-2} < \omega < \omega_M \approx 10^{-14}$$

Die im Abschnitt 2.1 gegebene Formulierung des Stabilitätsbegriffs fordert eine Abgrenzung des stabilen vom instabilen Gleichgewicht. In FALCON wird hierzu das spezielle Eigenwertproblem $[\underline{K} + \lambda * \underline{I}] = 0$ gelöst. Der kleinste Eigenwert ist dann das Maß für die Abgrenzung des Gleichgewichtszustandes. Ist er größer als 0, so ist das Gleichgewicht stabil, andernfalls ist das Gleichgewicht instabil. Das Eigenwertproblem wird mit den Bibliotheksroutinen BANDR und TQLRAT aus EISPACK [Eis76] gelöst.

Verzweigungen im Lösungspfad erschweren das Auffinden von Gleichgewichtszuständen. Auch in diesen Fällen verfügt FALCON über eine Strategie, die es erlaubt, den Pfad mit dem geringsten Energieniveau zu verfolgen, wobei gleichzeitig Oszillationen des Lösungsvektors vermieden werden und die Anzahl der erforderlichen Iterationsschritte minimiert wird. Es handelt sich dabei um den quasi viskosen Dämpfer, der erstmals von Kröplin in [Krp82] beschrieben wurde. Auch in dem in [Ki87] verwendeten Rechenmodell kam er zum Einsatz und hat sich dort bereits bewährt.

Selbstverständlich verfügt FALCON über die Möglichkeit, verschiedene Randbedingungen vorzugeben. Hierzu zählen fest vorgegebene Kraft- und Weggrößen sowie die lineare Verknüpfung von verschiedenen Weggrößen in Form von Zwangsbedingungen. Weiterhin ist es möglich, in den Knoten Dehn- und Drehfedern anzuordnen.

3.4 Verifizierung

Die Verifizierung eines Rechenmodells ist das Bindeglied zwischen theoretischer Herleitung und praktischer Anwendung. Hier geht es nicht mehr darum, die unvermeidlichen Programmierfehler auszumerzen, sondern darum, die Übereinstimmung von Theorie und Modell nachzuweisen. Man bedient sich dabei durchgreifender Testbeispiele, die entweder von Hand oder anhand von Literaturangaben oder mit einem anderen Rechenmodell nachvollzogen werden können.

Im vorliegenden Fall wurden zunächst alle Beispiele nachgerechnet, die bereits zur Verifikation des Rechenmodells FIPSE [Ki87] benutzt worden waren. Es waren Abweichungen festzustellen, die zum großen Teil in den Grenzen der Rechengenauigkeit liegen, also deutlich kleiner sind als 10^{-3} . In einigen Fällen waren die Abweichungen größer, vor allem, wenn nur mit einem Element gerechnet wurde. Dies ist auf den in FIPSE verwendeten, um einen Grad höherwertigen Ansatz der Interpolationsfunktionen zurückzuführen.

Zur Demonstration der Leistungsfähigkeit des Modells soll an dieser Stelle lediglich ein Biegedrillknickproblem gezeigt werden. In [Szb77] ist auf Seite 362f die analytische Lösung angegeben. Die hier gewählte Geometrie weicht nur hinsichtlich der Länge von der Vorlage ab. Aus Gründen der Systematik wurde der Schubmodul G , wie in der Mechanik üblich, zu $E/(2 \cdot (1 + \mu))$ angenommen. Geometrie und Diskretisierung sind im folgenden Bild B34.1 dargestellt.

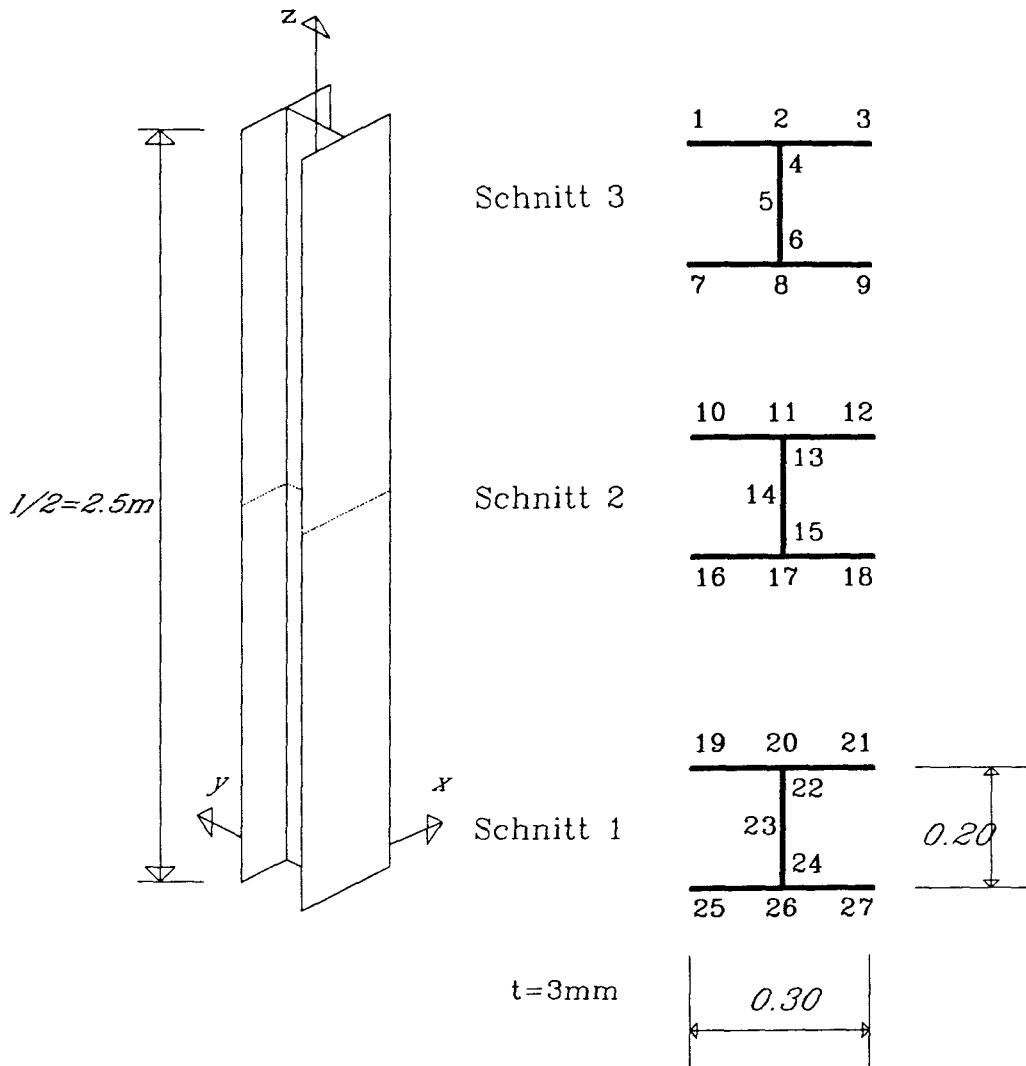


Bild B34.1: Geometrie und Diskretisierung für das Testbeispiel

Das System ist symmetrisch, die Stabenden sind gabelgelagert. Die Symmetrie wurde für die FE-Rechnung ausgenutzt, so daß lediglich eine Stabhälfte gerechnet werden mußte. Im Schnitt 3 befindet sich daher eine Gabellagerung, während im Schnitt 1 ein Querkraftgelenk angeordnet ist und gleichzeitig Vertikalverschiebungen verhindert sind. Die Normalkraft (in z-Richtung) greift im Schwerpunkt des Systems an. Der Elastizitätsmodul wurde mit 210'000 MN/m² angesetzt, die Querdehnung wurde vernachlässigt. Die analytisch und mit dem vorgestellten Rechenmodell erzielten Ergebnisse sind in Tabelle T34.1 zusammengestellt.

Tabelle T34.1: Zusammenstellung der Rechenergebnisse

	analytisch	FALCON
P_x	1,1192 MN	--
P_y	1,6509 MN	--
P_z	0,8548 MN	0,8800 MN

Das Versagen des Systems tritt bei 0,88 MN durch reine Rotation im Schnitt 1 ein. Damit wird deutlich, daß das gezeigte Schalenelement in FALCON nicht nur die Versagenslast mit guter Genauigkeit wiederzugeben vermag, sondern gleichzeitig auch die erwartete Versagensart beobachtet wird. Dies ist besonders bemerkenswert, wenn man bedenkt, daß das System nur durch 3 Elemente diskretisiert wurde.

Als vorläufige Gesamtbewertung des Modells kann gesagt werden, daß

- Konvergenz zur analytischen Lösung bei ausreichender Diskretisierung sichergestellt ist,
- ein Anwendungsspektrum erschlossen wird, das mit keinem anderen Ansatz auch nur annähernd erreichbar ist,
- die beobachtete Rechenzeit relativ hoch ist,
- bei Vorhandensein eines abgesicherten Werkstoffmodells der Anwendung auf praxisrelevante Aufgabenstellungen nichts mehr im Wege steht.

4. RECHENERGEBNISSE

4.1 Konfiguration

Wie in der Einleitung bereits angedeutet, sollen in diesem Abschnitt Rechenergebnisse gezeigt werden, die vor dem Hintergrund eines in der Praxis häufig vorkommenden Brandszenarios ermittelt wurden. Hierzu dient als Gedankenmodell ein Geschoßbau, dessen Stützen aus Stahlprofilen und dessen Decken aus Stahlbeton hergestellt sind. Die horizontale Aussteifung des Gebäudes wird durch einen Stahlbetonkern gewährleistet.

Unter Brandeinwirkung dehnt sich die Deckenkonstruktion oberhalb des Brandherdes infolge der Erwärmung aus. Stützen, die diese Decke tragen, sind deshalb zusätzlich zu ihrer planmäßigen Belastung einer Temperaturbeanspruchung und einer Stützenkopfverschiebung unterworfen. Die Stützen in dem darüberliegenden Geschoß werden von einer Temperaturbeanspruchung nicht erfaßt, wohl aber von den Auflagerverschiebungen, die hier am Fußpunkt auftreten. Die ungünstigsten Bedingungen sind gewöhnlich zu erwarten, wenn der Brand das ganze Geschoß erfaßt hat. Dieser Fall soll im folgenden untersucht werden.

Haß hat in [Ha86] bereits ähnliche Fälle untersucht und dabei die in der Praxis zu erwartenden Verschiebungswege der Auflager in Abhängigkeit des Abstandes a vom Bewegungsruhepunkt und der Branddauer t ermittelt. Seine Ergebnisse sind im Bild B41.1 wiedergegeben. Bemerkenswert an diesen Kurven ist, daß der weitaus größte Anteil der Verschiebung in den ersten 30 Minuten erzielt wird. Haß begründet dies wie folgt: Der thermisch bedingte Zuwachs der Verformung in Plattenebene wird ab einem gewissen Zeitpunkt ($t \approx 30$ Minuten) von der Sehnenverkürzung infolge rasch anwachsender Durchbiegungen teilweise kompensiert.

Zusätzlich kann es bei unregelmäßigen Systemen auch zu Auflagerverdrehungen kommen, die hier aber nicht untersucht werden sollen.

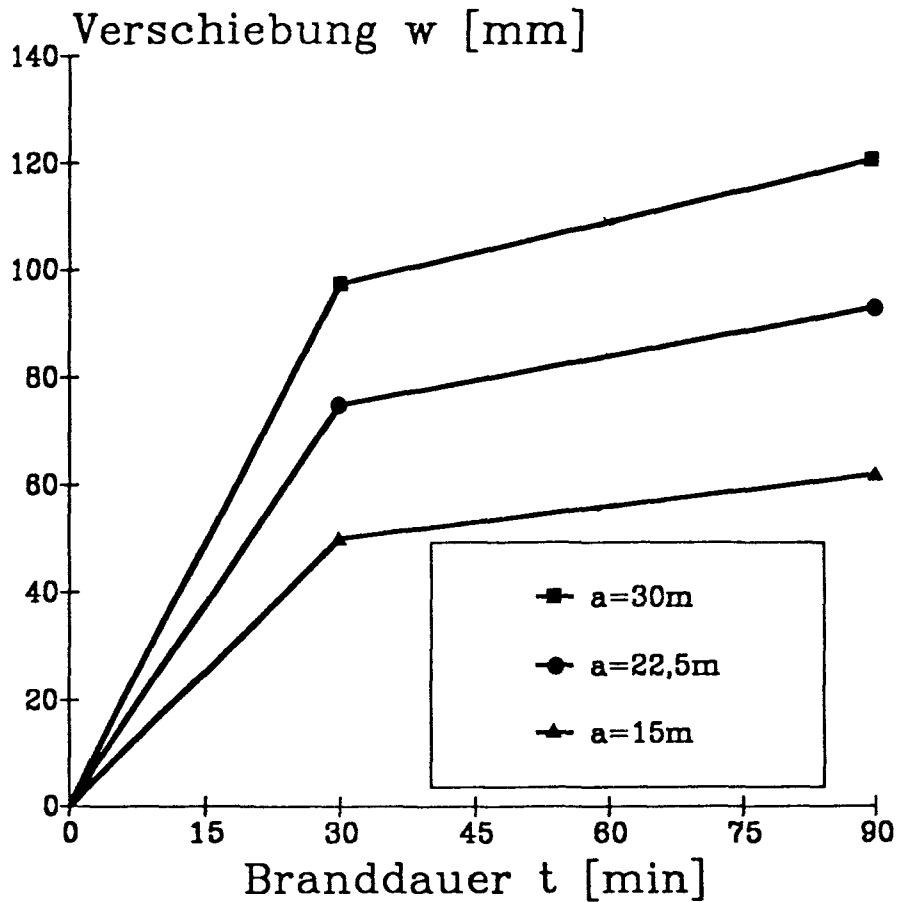


Bild B41.1: Rechenwerte der Verformung der Stützenköpfe im Bauwerk nach Haß [Ha86]

Die Verformung wird in der Art einer Zwangbeanspruchung aufgebracht. Dabei kann die Interaktion zwischen Decke und Stütze vernachlässigt werden, da die Steifigkeitsunterschiede in der Regel sehr groß sind. Die Wirkungsrichtung der Verschiebung ist gegenüber den Hauptachsen der Stütze vollkommen beliebig. Ihr Einfluß soll daher hier im Rahmen einer Parameterstudie untersucht werden mit folgenden Randbedingungen:

- Stützenquerschnitt : IPB - 200
- Stahlgüte : St 37
- Elastizitätsmodul : 210'000 MN/m²
- Querdehnzahl : 0
- Eulerfall : IV
- Systemhöhe : 3,50 m

- Normalkraft : 0,919 MN zentrisch.

Die Eulerknicklast ist mit 18,2 MN etwa doppelt so groß wie die Biegedrillknicklast von 8,9 MN. Beide sind jedoch um eine Zehnerpotenz größer als die tatsächliche Normalkraft, die nach dem ω -Verfahren für Knicken in Richtung der schwachen Achse ermittelt wurde. Hierbei wurde die im Lastfall H zulässige Druckspannung von 140 MN/m² zugrundegelegt.

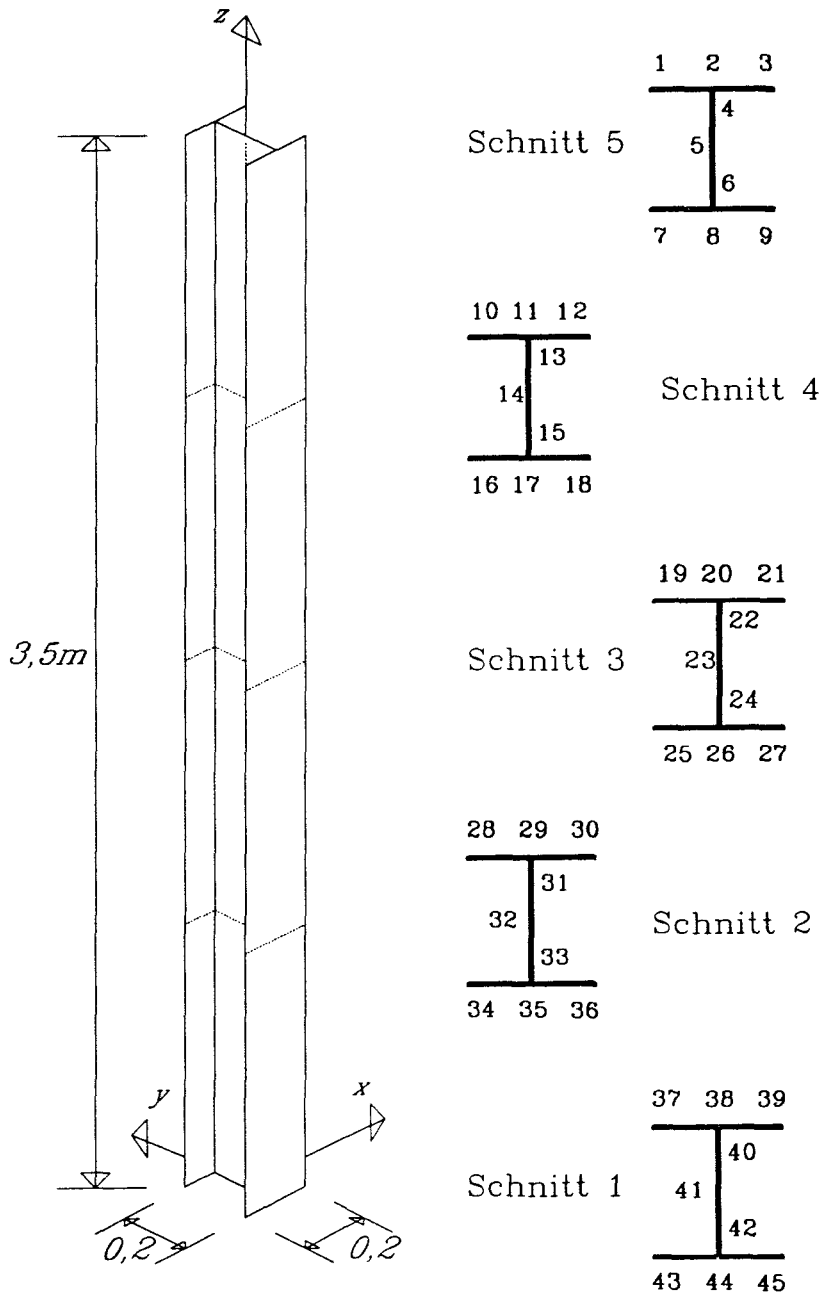


Bild B41.2: Geometrie und Diskretisierung für die Parameterstudie

Die gewählte Diskretisierung ist auf Bild B41.2 dargestellt. Eine Ausnutzung der Symmetrie war nicht möglich. Hierbei wäre die Verformung des Mittelquerschnitts zu stark eingeschränkt worden. Die Normalkraft wurde im Schnitt 5 als konstante Linienlast in das Profil eingeleitet. Um dies zu ermöglichen, mußte die Verformung in Stablängsrichtung freigegeben werden. Demzufolge kommt es im Schnitt 5 bei der Auflagerverschiebung zu einer geringen Knotenverschiebung in z-Richtung, die auch durch Verhinderung der Verdrehung der Flansche in x-Richtung und des Steges in y-Richtung nicht ausgeschlossen werden konnte.

Die hier erkennbare Problematik liegt darin begründet, daß am Schnitt 5 sowohl Lasten - die Normalkraft - als auch Zwangsbedingungen - die vorgegebene Auflagerverschiebung - zu formulieren sind. Bei nichtlinearer Analyse kann man dann nicht mehr auf eine Vorgehensweise wie das Formulieren der Last als Zwang zurückgreifen, da die Zwangsspannungen von der Werkstoffeigenschaft abhängen.

Die im nächsten Abschnitt dargestellten Ergebnisse sind davon zunächst nicht betroffen. Lediglich bei ihrer Wertung muß das oben Gesagte unter Umständen bedacht werden.

4.2 Ergebnisse

Bei der Finite-Element-Rechnung werden immer eine große Anzahl von Zahlenkolonnen erzeugt, die im Rahmen der Auswertung untersucht werden wollen. Hier interessiert jedoch in erster Linie, welche Auflagerverschiebung in Abhängigkeit von der Verschiebungsrichtung bei dem vorgegebenen System erreicht wird. Untersucht wurden die in Tabelle T42.1 zusammengestellten Verschiebungsrichtungen.

Nr.	u/v	α
1	1/0	0°
2	8/1	7°
3	4/1	14°
4	2/1	26,5°
5	1/1	45°
6	1/2	63,5°
7	1/4	76°
8	1/8	83°
9	0/1	90°

Tabelle T42.1: Variation der Verschiebungsrichtung

Damit wurden die in Bild B42.1 dargestellten Grenzwerte erreicht. Die dick ausgezogene Linie kennzeichnet darin den letzten erreichten stabilen Gleichgewichtszustand, während die strichlierte Linie den nächsten Zustand angibt, bei dem bereits labiles Gleichgewicht auftrat. In vielen Fällen divergierte das System dann; dies ist aber nur ein schwacher Hinweis auf beginnendes Versagen. Eindeutiges Versagen wird durch negative Eigenwerte der Systemsteifigkeitsmatrix angezeigt, was bei weiterer Vergrößerung der Auflagerverschiebung auch festzustellen war. Es gibt daher eine relativ breite "Grauzone", für den Versagenseintritt die durch die dicke Linie auf der sicheren Seite liegend abgegrenzt wird.

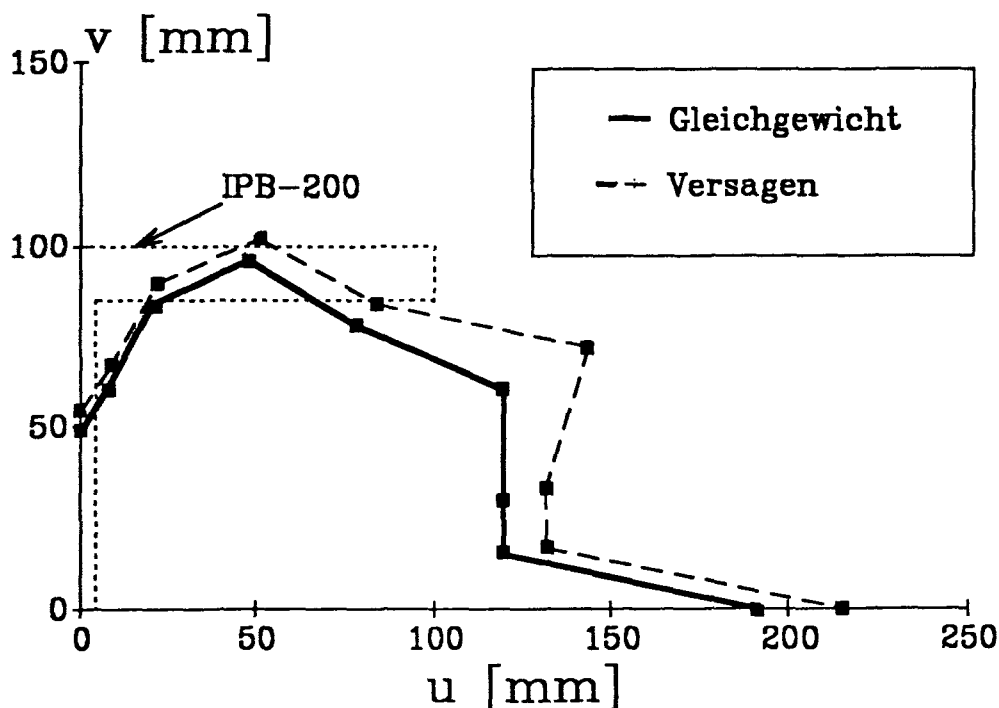


Bild B42.1: Erreichbare Auflagerverschiebungen

Zur Veranschaulichung der Größenordnung der Auflagerverschiebung ist in Bild B42.1 zusätzlich mit einer gepunkteten Linie der Umriss des Stahlprofils IPB-200 eingezeichnet.

Einige Punkte sind an diesem Diagramm bemerkenswert. Zunächst fällt auf, daß die mögliche Verschiebung in Richtung der schwachen (x-) Achse etwa viermal so groß ist, wie in Richtung der starken Achse. Dies mag daran liegen, daß bei Verschiebung in Richtung der starken Achse wesentlich rascher Plastifizierungen großer Querschnittsteile auftreten, als im anderen Fall.

Weiterhin fällt der diskontinuierliche Verlauf der Versagenskurve zwischen den beiden Extremen auf. Bereits bei einer geringen Abweichung von den Hauptachsen kommt es zu erheblichen Änderungen. Dabei scheint der Abfall zwischen $u/v=1/0$ und $u/v=8/1$ auf die Hälfte noch am ehesten erklärlich, denn ähnliches tritt auch bei ausmittiger Belastung als Seitwärtsknicken auf. Allerdings ist Seitwärtsknicken definitionsgemäß immer Knicken in Richtung der schwachen Achse, während hier in dieser Richtung die größten Verschiebungen möglich sind. Vom gesamten Verlauf der Kurve her muß der Fall $u/v=1/0$ aber wahrscheinlich als Singularität aufgefaßt werden, die in der Praxis wegen vielfältiger, unvermeidlicher Imperfektionen nicht auftritt.

Der kräftige und kontinuierliche Anstieg von $u/v=0/1$ über verschiedene Zwischenwerte bis zu dem relativen Maximum bei $u/v=1/2$ kann möglicherweise dadurch erklärt werden, daß die aufgezwungene Verformung zu einer geometrischen Versteifung des Systems führt.

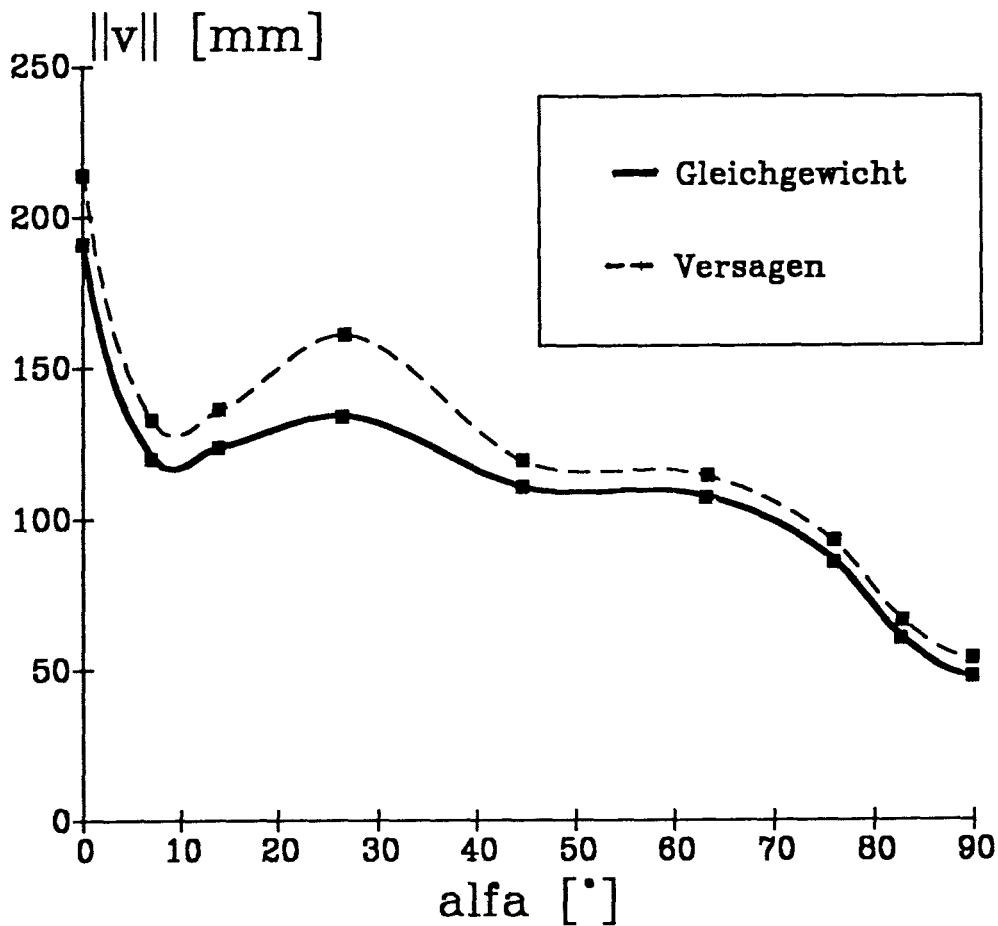


Bild B42.2: Verschiebungsvektor in Abhängigkeit vom Verschiebungswinkel

Die Ergebnisse werden verständlicher, wenn man die Darstellungsform von Bild B42.2 wählt. Hier ist der Betrag der Gesamtverschiebung, also die euklidische Länge des Verschiebungsvektors, in Abhängigkeit von der Verschiebungsrichtung α aufgetragen. Jetzt läßt sich der Kurvenverlauf glätten, und es ergibt sich ein Maximum bei 0° , ein Minimum bei 90° und dazwischen ein Plateau auf etwa konstantem Niveau, das bis zu einem Verschiebungswinkel von 60° reicht. Die Singularität für $\alpha=0^\circ$ wird auch hier deutlich.

4.3 Wertung

Für die bisher erzielten Ergebnisse soll hier eine vorläufige Wertung versucht werden. Zunächst fällt auf, daß die ermittelten, möglichen Verschiebungswege insgesamt relativ groß sind. Sie müs-

sen jedoch im Verhältnis zu den im Bauwerk zu erwartenden Verschiebungswegen gesehen werden. Hier zeigt sich, insbesondere wenn die Verschiebung genau oder beinahe in Richtung der starken Achse erfolgt, daß frühzeitiges Versagen möglich ist.

In diesem Fall tritt bei einem Festpunktsabstand $a=15\text{m}$ schon nach 30 Minuten ein Verschiebungsweg von 50 mm auf, der bei dem gezeigten System wahrscheinlich zum Versagen geführt hätte, wenn die Verschiebung genau in Richtung der starken Achse aufgetreten wäre. Die für $a=30\text{m}$ zu erwartenden Werte liegen jedoch weit darüber und können während der Normbranddauer von 90 Minuten nur ertragen werden, wenn die Verschiebung in Richtung der schwachen Achse auftritt.

Da bei der oben dargestellten Untersuchung keine Brandbeanspruchung der Stütze vorlag, folgt, daß ein Einsturz des Geschosses oberhalb des vom Brand betroffenen Geschosses eingetreten wäre. Zu fragen wäre dann, ob das vom Brand betroffene Geschoss eventuell früher eingestürzt wäre. Diese Frage kann mit den hier dargestellten Untersuchungen noch nicht beantwortet werden. Erfahrungsgemäß verhalten sich brandbeanspruchte Tragglieder unter Zwang jedoch günstiger, da sie Verformungen leichter aufnehmen können als Kräfte. Eine definitive Aussage hierzu bedarf jedoch zusätzlicher Untersuchungen.

Daraus können folgende Schlußfolgerungen gezogen werden:

- Auch oberhalb eines vom Brand betroffenen Geschosses kann es zum Versagen einzelner Tragglieder kommen. Stützen sind hierbei besonders gefährdet.
- Die Anordnung von Bewegungsruhepunkten (Kerne, Wände etc.) an den Rändern eines Brandabschnittes kann gefährlich sein, denn hierdurch werden große Verschiebungswege des Deckenfeldes im Brandfall ermöglicht.
- Wenn dies aber nicht zu umgehen ist, dann sollten Stützen, die vom Bewegungsruhepunkt weiter als 15 m entfernt sind, so angeordnet werden, daß die Auflagerverschiebung überwiegend um die schwache Achse erfolgt.

5. ZUSAMMENFASSUNG

Im Rahmen der bisher von der DFG bewilligten theoretischen Untersuchungen zur schiefen Biegung mit Achsdruck bei Brandbeanspruchung zeigte sich, daß mit dem dafür ursprünglich vorgesehenen Rechenverfahren von Rudolph, aufgrund der Vernachlässigung der Verdrehung der Querschnitte um die Stabachse und der Veränderung der Querschnittsform, verlässliche Berechnungsergebnisse nicht in jedem Fall zu erwarten sind. Daher erschien es unumgänglich, zunächst ein verbessertes Rechenmodell zu entwickeln, das diesem Problem angemessen Rechnung trägt. Der vorliegende Zwischenbericht beschäftigt sich hauptsächlich mit diesem Rechenmodell.

Die vorgestellte Arbeit wurde vor dem Hintergrund eines in der Praxis häufig anzutreffenden Brandszenarios durchgeführt. Als Gedankenmodell diente ein Geschoßbau, bei dem ein an einer Stelle gehaltenes Deckenfeld infolge Brand stark erwärmt wird. Die daraus resultierenden Verschiebungen verursachen eine Zwangbeanspruchung der vertikalen Tragglieder, insbesondere der Stützen.

Zur rechnerischen Analyse dieses Lastfalles wurde das oben erwähnte Finite-Element-Modell erstellt, das sich besonders zur Untersuchung von Stabilitätsfällen wie räumliches Knicken einschließlich Biegedrill- und Biegtorsionsknicken sowie Kippen aufgelöster Querschnitte eignet. Das neu entwickelte Schalenelement wurde vorerst mit einem Materialgesetz für übliche Konstruktionsbaustoffe bei hohen Temperaturen ausgestattet, das auf die temperaturabhängigen Arbeitslinien für einaxial beanspruchte Werkstoffe nach Richter zurückgeht. Das Modell wird zusammen mit seiner bisherigen Verifikation in Abschnitt 3 erläutert.

Die Anwendung auf den im ersten Absatz geschilderten Brandfall wird im Rahmen einer begrenzten Parameterstudie im Abschnitt 4 dargestellt. Hierbei wird festgestellt, daß für den untersuchten Querschnitt IPB-200 Versagen schon nach 30 Minuten Branddauer möglich ist, wenn die Stütze etwa 15 m vom Bewegungsruhepunkt des Deckenfeldes entfernt ist und die Verschiebung in Richtung der starken Achse erfolgt. Bei Verschiebung in Richtung der schwachen Achse kann dagegen ein Versagen der Stütze innerhalb von 90

Minuten Branddauer für praxisübliche Bauwerksabmessungen ausgeschlossen werden.

Insgesamt ist aus den bisherigen Arbeiten zu schließen, daß nunmehr ein leistungsfähiges Rechenmodell für stabilitätsgefährdete Einzelbauteile unterschiedlicher Art und Beanspruchung bei Brand zur Verfügung steht. Die Einschränkung auf das Problem der Schiefen Biegung mit Achsdruck ist nicht mehr erforderlich. Damit erscheint für die Fortführung der Untersuchungen eine Erweiterung der Anwendungsbereiche auf Gesamttragwerke bei Brandbeanspruchung angezeigt.

6. EMPFEHLUNG WEITERER ARBEITEN

Ein Vergleich der Rechenergebnisse mit Versuchen war bisher nicht möglich, so daß die Wirklichkeitsnähe des Rechenmodells noch nicht bewiesen ist. Daher wird in jedem Falle eine globale Verifizierung mit Hilfe einiger repräsentativer großmaßstäblicher Versuche angestrebt. Der Versuchsumfang läßt sich jedoch gegenüber dem ursprünglichen Antrag vermutlich stark reduzieren.

Bevor aufwendige Großversuche durchgeführt werden, müßte aber ein verbessertes triaxiales Materialgesetz für Hochtemperaturbeanspruchung entwickelt werden. Aufgrund der groben Vereinfachungen bei der Ableitung des jetzt eingebauten Materialgesetzes aus temperaturabhängigen einaxialen Arbeitslinien ist ein Vergleich zwischen Rechen- und Versuchsergebnissen mit dem Ziel der Bewertung der Realitätsnähe des vorliegenden Rechenmodells problematisch. Hier sind weitere grundlegende theoretische und experimentelle Untersuchungen notwendig, zu denen wesentliche Vorarbeiten in unserem Institut mit Förderung durch die DFG bereits im Gange sind. Ein detaillierter Arbeitsvorschlag zur Ergänzung dieser laufenden Untersuchungen zum biaxialen Hochtemperaturverhalten von Beton (Vorhaben Di 374/1-1) im Hinblick auf das hier benötigte triaxiale Werkstoffmodell wird gleichzeitig mit diesem Bericht vorgelegt. Die entsprechenden theoretischen Arbeiten können in einem Zeitraum von etwa zwei Jahren zu einem vorläufigen Abschluß gebracht werden.

Dann soll die Anwendung des Rechenverfahrens auf unterschiedliche stabilitätsgefährdete Bauteile und Gesamttragwerke erfolgen. Für die Versuchsdurchführung wird mit der in einem Parallelvorhaben (Ho 1082/2-1) zu entwickelnden "Intelligenten Prüfmaschine" die (bisher fehlende) geeignete Versuchstechnik in etwa zwei Jahren - also zeitgleich mit dem voraussichtlichen Abschluß der Grundlagenuntersuchungen zum triaxialen Werkstoffmodell - zur Verfügung stehen.

Literatur

- QHR84 Quast, U. und R. Haß, K. Rudolph
STABA-F; A Computer Program for the Determination of Load-bearing and Deformation Behaviour of Uni-Axial Structural Elements under Fire Action
ECCS-T3 5(G), Luxemburg 1984
- Hof86 Hoffend, F.
Brandverhalten von Stahlstützen bei zweiachsiger Beanspruchung - Tastversuche und rechnerische Vergleiche
unveröffentlicht
- Rdp88 Rudolph, K.
Beitrag zur Bemessung von brandbeanspruchten Stahlbetonstützen unter schiefer Biegung mit Längskraft
Dissertation, Braunschweig 1988
- BSK66 Bürgermeister, G. und H. Steup, H. Kretzschmar
Stabilitätstheorie, Teil I
Akademie Verlag 1966
- Szb77 Szabo, I.
Höhere technische Mechanik
Springer Verlag 1977
- Ki87 Kiel, M.
Nichtlineare Berechnung ebener Stahlbetonflächentragwerke unter Einschluß von Brandbeanspruchung
Dissertation, Braunschweig 1987
- Zi75 Zienkiewicz, O. C.
Methode der finiten Elemente
Hanser Verlag 1975
- Ba86 Bathe, K.-J.
Finite-Elemente-Methoden
Springer Verlag 1986
- RUM85 Hearn, A. C. (Editor)
Reduce User's Manual, Version 3.2
Rand Publication CP78 (Rev. 4/85),
The Rand Corporation, Santa Monica (CA) 1985
- Ri87 Richter, E.
Zur Berechnung der Biegetragfähigkeit brandbeanspruchter Spannbetonbauteile unter Berücksichtigung geeigneter Vereinfachungen für die Materialgesetze
Dissertation, Braunschweig 1987

- Eis76 Smith, B. T. et al.
Matrix Eigensystem Routines - EISPACK Guide
Springer Verlag 1976
- Krp82 Kröplin, B.-H.
Quasi viskose Berechnung von nichtlinearen Stabilitäts-
problemen
Bericht Nr. 82-37, Institut für Statik, Braunschweig 1982
- Ha86 Haß, R.
Zur praxisgerechten brandschutztechnischen Beurteilung von
Stützen aus Stahl und Beton
Dissertation, Braunschweig 1986

4.00 4.01 4.02 4.03

Knallkugeln

Trennball
Verformungsball

Forschungsmittel
Stoffe
Stoffbehälter
Stoffbehälter
Stoffbehälter

F084-85 V

24. AUGUST 1989